

Kristof Dreser

LOGIKA
▼ U SVAKODNEVNOM
ZIVOTU

Prevela s nemačkog
Dušica Milojković

■ Laguna ■

Naslov originala

Christoph Drösser

DER LOGIKVERFÜHRER

Schlussfolgerungen für alle Lebenslagen

Copyright © 2012 by Rowohlt Verlag GmbH, Reinbek

Bei Hamburg, Germany

Translation copyright © za srpsko izdanje 2015, LAGUNA



Kupovinom knjige sa FSC oznakom
pomažete razvoj projekta odgovornog
korišćenja šumskih resursa širom sveta.

SW-COC-001767

© 1996 Forest Stewardship Council A.C.

LOGIKA
v U SVAKODNEVNOM
ŽIVOTU

Sadržaj

| | | |
|---|--|----|
| | Predgovor | 11 |
| 1 | Ako je mesec od zelenog sira... ili O logici i stvarnosti <i>Šta je logika? Beskrvni formalni jezik kojim se mogu formulirati retoričke začkoljice? Ne – ona je oruđe koje nam pomaže da jasnije mislimo.</i> | 15 |
| 2 | Laž i istina ili Kad se lopovi sapletu o logiku <i>Nakon provale u banku komesar Benke saslušava trojicu kriminalaca neposredno osumnjičenih za ovo delo, ali naravno svi poriču. Uz pomoć čiste logike njegov asistent uspeva da na osnovu protivurečnih iskaza zaključi ko je zaista kriv.</i> | 23 |
| 3 | Loše karte za Supermena ili O dobrim i ne tako dobrim argumentima <i>Matijas Vortman dopušta da ga desetogodišnji sin uvuče u pravu sholastičku raspravu o Supermenovim osobinama i karakteru. Pored toga: ovde imamo i pregled najvažnijih logičkih i retoričkih pogrešnih postupaka zaključivanja, koji će vam omogućiti da prozrete svaku televizijsku debatu.</i> | 37 |

- 4 **Gimnastika za mozak 1: Logičke zagonetke** 57
Logičke zagonetke su takve zagonetke u kojima treba uspostaviti vezu između određenog broja grupa sa jednakim brojem elemenata. Zvuči apstraktno, ali može da bude sasvim konkretna zabava.
- 5 **Paklena mašina** 67
ili Računajte s istinom!
Superagent Džejms Blond budi se iz nesvesti i shvata da se ponovo našao u neugodnoj situaciji. A ispostavlja se da je lepa žena kraj njega stručnjak za logička kola. Hoće li njih dvoje uspeti da deaktiviraju elektronski podešenu tempiranu bombu, za koju su vezani lancima?
- 6 **Čarolija novčanica** 89
ili Jedan dvosmislen zakon
„Onaj ko novčanice krivotvori ili falsifikuje...“ Nekad je svako dete znalo ovu rečenicu, koja se isticala na svim novčanicama nemačke marke i koja je falsifikatorima pretila kaznom zatvora „ne manjom od dve godine“. Ali da li je ta rečenica bila logički nedvosmislena? I da li je kao takva stajala i u krivičnom zakoniku? Fite Šnajder ju je, u svakom slučaju, pogrešno shvatio, što se pred sudom za njega pokazalo kao kobno.
- 7 **Gimnastika za mozak 2: Ostrvo lažova** 107
Može li čovek stalno da laže? Na fiktivnom ostrvu Mendačinu ima takvih ljudi. Stranac koji dođe na ovo ostrvo, dakle, ne može da primi svaku rečenicu ostrvljana zdravo za gotovo. Sa malo logike, međutim, ipak može da se snađe.
- 8 **Katalog kataloga** 113
ili Kako i sa redom može da se pretera
Bibliotekar Fred Kolman ljubitelj je štampanih kataloga i pravi – na žalost svojih kolega – ne samo kataloge svih knjiga gradske biblioteke, već i kataloge kataloga. Time zamalo da postane

žrtva jednog logičkog paradoksa, koji je pre sto godina, u sličnom obliku, iz temelja uzdrmao matematiku.

- 9 Kad logika poludi 133
ili Čuveni paradoksi – i kako ih razrešiti
Veliki i mali mislioci još od antike su se radovali protivurečnim pričama, koje naš način razmišljanja navode na tanak led. Spisak najljepših logičkih paradoksa – i pokušaj da se njihove protivurečnosti razreše, onoliko koliko je to uopšte moguće.
- 10 Ovaj naslov je samoreferencijalan 155
ili Problemi s kozama na ostrvu lažova
Televizijski kviz Vruća nagrada ima najveću gledanost na Mendadžinu, ostrvu lažova. U toj emisiji kandidati na osnovu logičkih nagoveštaja moraju da ustanove iza kojih od dvojica ili trojica vrata se nalazi glavna nagrada. Pritom su neki kandidati prinuđeni da uvide da samoreferencijalne rečenice, koje formulišu voditeljkinini pomoćnici Hans i Franc, odnosno rečenice koje tvrde nešto o sebi samima, često vode do zapanjujućih rezultata. Sličnim rečenicama Kurt Godel je pre osamdeset godina pokazao da nikad neće biti moguće da se svi istiniti matematički izrazi i tačne teoreme dokažu.
- 11 Gimnastika za mozak 3: Šešir šou... 175
Još jedan fiktivni televizijski kviz, koji teško da bi imao izgleda da dostigne stopu gledanosti koju direktori današnjih televizija očekuju: ovog puta kandidati – zajedno s vama – moraju da pogode kakav šešir nose na glavi. Informacije o tome su nepotpune, a mnogo toga moraju da zaključie iz ponašanja rivala, koji ne znaju ništa više od njih samih.
- 12 Narodni računar 181
ili Tu Lingova univerzalna mašina
Lang Cung gvozdenom rukom vlada dalekom zemljom Magno-lijom. On strogo odbija svaki tehnički napredak, ali njegovom čoveku od poverenja Cei Tungu i genijalnom matematičaru Tu Lingu pošlo je za rukom da ga oduševi univerzalnim aparatom

za računanje, koji radi bez ikakve struje i mehanike, a uprkos tome u principu može da obavi svaku računsku radnju kao i savremeni kompjuter.

| | | |
|----|--|-----|
| 13 | Optimalan polovni automobil ili Jasno razmišljanje s nejasnim pojmovima | 195 |
| | <i>Gospodin i gospođa Šnel hoće da kupe automobil. O ceni, starosti, maksimalnoj brzini i modelu automobila imaju samo vrlo nejasnu predstavu. Može li na osnovu tih podataka da se nađe optimalan automobil za njih? Fazi logika pokušava da iz nejasnih preuslova izvede precizne zaključke.</i> | |
| | Dodatak | 213 |
| | Rešenja | 215 |
| | Najvažnije logičke formule | 228 |
| | Aksiomi Cermelo–Frenkelovog učenja o skupovima | 233 |
| | <i>Literarura i izvori</i> | 239 |
| | <i>O autoru</i> | 241 |

Predgovor

Nelogičnost se upravo logikom ne može uzdrmati ni na kakav način.

Hojmar fon Ditfurt, *Nasleđe neandertalca*

Logika ima loš imidž. Važi za hladnu i proračunatu, a u popularnoj kulturi ima mnogo likova koji ispadaju smešni jer pokušavaju da na nelogične strane života reaguju crno-belim formalizmom logičkih zakona – pomislimo samo na Vulkanca Spoka iz *Zvezdanih staza*.

Razlog predstavlja to što sama logika ne daje nikakve sadržajne iskaze. Ona iz pretpostavki samo izvodi zaključke, ali pretpostavkama zapravo ništa ne dodaje. Da li je sve to samo prazno poigravanje rečima? I u ovoj knjizi naći ćete neka formalna izvođenja zaključaka iz rečenica za koje biste rekli: pa to je logično – zašto mora tako komplikovano da se dokazuje?

Tako misle i mnogi matematičari i filozofi. Kao disciplina koja povezuje ova dva naučna polja, logika na oba fakulteta tavori negde u zapečku. Studenti filozofije se ljute zbog

obaveznih ispita na kojima moraju da preoblikuju čudna čudovišta od jezičkih tvorevina, dok matematičari logiku često osećaju kao sitničavo pedantan formalizam, koji ih sprečava da svoje uvide zapisuju kratko, jasno i „elegantno“.

Upravo matematičari su, međutim, pre oko stotinu godina iskusili da je preterano nemaran odnos prema logici zapretio da im u pravom smislu reči izvuče tlo ispod nogu. Matematika je čak više puta uzdrmana zbog logičkih protivurečnosti, i dugo je potrajalo dok ponovo nije stala na donekle sigurnu osnovu.

Mada logika rečenicama na koje se primenjuje zapravo ne dodaje ništa novo, to ipak ne znači da se kroz nju ne može doći do novih saznanja. Matematika ponovo predstavlja najbolji primer: u svom modernom obliku, ona sve iskaze izvodi iz jednostavnih aksioma. To znači da tim prostim pretpostavkama ništa ne dodaje, već da se sve od samog početka nalazi u ovim naizgled bezazlenim premisama. Poslednja Fermaova teorema, Poenkareova pretpostavka – sva spektakularna matematička saznanja novijeg doba, oko kojih su genijalni duhovi godinama razbijali glavu, naposljetku su „samo“ primenjena logika.

I oni koji nisu matematičari dobro će, međutim, učiniti ako se bar u osnovnim crtama pozabave zakonima logike. Oni nam pomažu da održimo neku vrstu „mentalne higijene“, prisiljavaju nas da čisto formulišemo misli. U poglavlju 3. pobrojao sam dvadeset pet nečistih načina iznošenja argumenata, logički ili u drugom smislu pogrešne zaključke sa kojima se svakodnevno srećemo u televizijskim debatama.

Logika je, naravno, i izvor zabave pri odgonetanju zagonetki i rešavanju zadataka. Za vas sam ovde odabrao

tri tipa takvih zagonetki: logičke zagonetke, zagonetke sa lažovima i zagonetke sa šeširom. Odlikuju se time da ih je moguće rešiti bez ikakvog prethodnog znanja, samo pomoću logike. Ja vam pokazujem načine rešavanja koji mogu da vam posluže kao primer, a zatim u nekim zadacima možete da se oprobate i sami.

Ovde želim i da se zahvalim Andreasu Losu i Berndu Šuu, koji su pregledali moj rukopis i dali mi neke važne sugestije u pogledu sadržaja, kao i svojoj agentkinji Haike Vilhelmi i svom lektoru Franku Štrikstroku iz izdavačke kuće *Rovolt*. Ako želite da ukažete na eventualne nelogičnosti, ili da date neki nov podsticaj, posetite moju stranicu na internetu www.droesser.net!

Kristof Dreser, Hamburg, septembar 2012.

1 Ako je mesec od zelenog sira...

ili

O logici i stvarnosti

Tri logičara ulaze u kafanu. „Hoćete li sva trojica pivo?“, pita ih kelnerica.

„Ne znam“, kaže prvi logičar.

„Ne znam“, kaže drugi logičar.

„Da!“, kaže treći logičar.

Ljudi koji se mnogo bave logikom na ovo se valjaju od smeha. Ostali ljudi misle: sa ovakvima ne bih nikad išao u kafanu!

Logično objašnjenje vica je sledeće: logičar 1 hoće pivo, ali ne zna šta hoće njegovi pratioci, pa zbog toga na pitanje ne može da odgovori ni sa „da“, ni sa „ne“.

Logičar 2 na osnovu odgovora logičara 1 može da zaključi da ovaj želi pivo. Da to nije slučaj on bi, naime, na pitanje mogao da odgovori samo „ne“ – rečenica koja počinje sa „svi“ bila bi, naime, pogrešna ako postoji ijedan izuzetak.

Tek logičar 3 može da pruži konačan odgovor: on zna da bi dvojica njegovih pratilaca rado popila pivo, a popio

bi ga i on – pa stoga odgovara sa „da!“ Dobrodošli u svet kazuistike, odnosno krajnje preciznog izražavanja, koje bi neki možda nazvali i cepidlačenjem! Ako su vas misaoni procesi u ovom vicu zabavili, možete odmah baciti pogled i na jedanaesto poglavlje, i rešiti niz zagonetki u kojima mora da se razmišlja na sličan dovitljiv i zaobilazan način. U pravom životu takve situacije se, na sreću, retko javljaju – ako kelnerica upita grupu gostiju da li svi hoće pivo, odgovor obično neće biti sleganje ramenima, već će više glasova povikati „da!“, „hoćemo!“, „nego šta!“. A njoj ostaje samo da ih prebroji i da donese odgovarajući broj piva.

U životu se ne odvija uvek sve logično, a i dobro je što je tako. Hamlet inače ne bi mogao da kaže: „Biti il' ne biti, pitanje je sad“ – naime rečenica u obliku „A ili ne-A“ uvek je tačna, pa stoga to i nije nikakvo pitanje. A kada je pevač i pesnik Volf Birman, svojevremeno još u NDR, svoju unutrašnju rastrzanost izrazio rečima „najradije bih otišao, i najradije bih ostao ovde“, verovatno nije uviđao da je to rečenica oblika „A i ne-A“ pa stoga i protivurečnost. Život je zaista pun protivurečnosti, a za razliku od logike, tu ponekad moramo i da ih istrpimo.*

Kad sam pre nekoliko decenija na fakultetu studirao matematiku i filozofiju, logika je bila obavezan predmet za filozofe, a predavanja su većini uterivala strah u kosti. Vrhunac nerazumevanja nastupao je kad bi profesor, bezizražajnog lica, izdeklamovao rečenicu: „Ako je mesec od zelenog sira, broj pet je pijan“, da bi zatim još tvrdio i da je ova rečenica tačna – jer iz nečeg netačnog može

* Na svom čuvenom koncertu u sportskoj dvorani u Kelnu, koji je bio povod da izgubi državljanstvo, o ovim stihovima je rekao: „Oni veoma tačno izražavaju političko raspoloženje mnogih mladih ljudi u NDR.“

da se zaključi nešto netačno, a da ceo iskaz, uprkos tome, bude tačan.

Možda je izdavač *Frankfurter algemajne cajtunga* Frank Širmaher, koji je pored germanistike i anglistike studirao i filozofiju, na studijama propustio ovo predavanje. U svakom slučaju, na vrhuncu afere oko bivšeg predsednika Nemačke Kristijana Vulfa, početkom 2012, u svojim novinama je napisao ogorčen komentar koji navodi na takav zaključak. Vulf je, naime, u neslavnom televizijskom intervjuu pokušao da demantuje optužbe da je protivpravno ostvario imovinsku korist i da pruži prihvatljiva objašnjenja za svoje ponašanje. Širmaher njegovim pokušajima da se opravda nije poverovao ni reč, i napisao je: „Pošto pogrešna pretpostavka sve čini pogrešnim, predsednikov intervju bio je tako fatalan.“ Intervju je zaista bio fatalan, ali u logici pogrešna pretpostavka uopšte ne čini sve pogrešnim već, naprotiv, sve čini tačnim. „Ako rečca 'ako' ne bi postojala, moj otac bi bio milioner“ – ova rečenica je tačna, ali uprkos tome nisam bogatiji ni za paru.

Logičke implikacije, međutim, zdravom ljudskom razumu ne predstavljaju problem samo ako je pretpostavka pogrešna – čak i ako je tačna, nastaju čudne istinite rečenice, poput: „Ako je Berlin glavni grad Nemačke, onda je Angela Merkel savezna kancelarka.“ Sigurno je da su oba dela iskaza tačna, ali kakve veze imaju jedan s drugim? Odgovor glasi: nikakve. U logici se, naime, ne radi o sadržajnoj vezi između iskaza. „Ako – onda“ u svakodnevnom govoru uvek sugerise da se radi o nekoj kauzalnoj, tj. uzročno-posledičnoj vezi među iskazima, ali logika ne zna za to (više o ovome u devetom poglavlju).

Ni moje kolege matematičari nisu se, međutim, intenzivno interesovali za logiku. U Bonu, gde sam studirao, na Matematičkom institutu je postojalo i odeljenje za „logiku i elementarna istraživanja“, smešteno u iznajmljenom kućerku u sporednoj ulici. Većina studenata u tu zgradu nikad nije ušla. Mada je matematička logika u 20. veku dobro uzdrimala same temelje matematike i naposljetku pokazala da se sve tačne teoreme ove ipak tako logične nauke ne mogu logično dokazati (vidi osmo i deseto poglavlje), matematičari u svom svakodnevnom radu sa logikom ipak postupaju zapanjujuće naivno. Naučili su nekoliko tehnika dokazivanja, ali inače primenjuju svoj zdrav ljudski razum i na taj način uspevaju da doguraju dosta daleko.

Logika je za stvarnost slepa. Zanimaju je samo formalni odnosi među iskazima. Zaključci koji se iz određenog broja pretpostavki mogu izvući ako su ove tačne. Njen domen nije indukcija, to jest utvrđivanje zakonitosti na osnovu posmatranja stvarnosti, već dedukcija. Logika po sebi ne daje nam argumente u diskusiji, ali može da preispita održivost argumenata.

Logiku zbog toga često optužuju za izvesnu hladnoću. Komandant Spok, Vulkanac sa svemirskog broda *Enterprise* u seriji *Zvezdane staze*, bio je, doduše, oštar analitičar, ali prilično nespretnan kada se radilo o osećanjima. Veliki mislioci u prošlosti su, međutim, upravo tu osobinu logike smatrali prednošću i sanjali su da hladnom logikom razreše vrele sporove čovečanstva. Gotfrid Vilhelm Lajbnic spadao je u njih. Rođen dve godine pre kraja Tridesetogodišnjeg rata, sukoba u kom je gotovo polovina nemačkog stanovništva spor oko verskih pitanja platila glavom,

Lajbnic je sanjao da na mesto verbalnih okršaja, koji se vode uzavrele krvi i u sebi nose seme nasilja, stupi logika. „Tada, ukoliko između dva filozofa iskrasne neko sporno pitanje, naučna rasprava neće biti ništa zahtevnija nego da se vodi između dva stručnjaka za račun“, pisao je Lajbnic. „Biće dovoljno da se uzme u ruku olovka, da se sedne za uređaj za računanje i da jedan drugome (po mogućstvu ljubaznim tonom) kažu: 'Hajde da izračunamo.'“

Pomoću logike učeni ljudi su od srednjeg veka hteli da reše čak i ono najveće pitanje – mnogo puta su pokušavali da čistim razmišljanjem, iz logičkih principa, izvedu postojanje Boga. Prvi koji se na to odvažio bio je Anselmo Kenterberijski, u 11. veku. Njegovi argumenti bili su otprilike sledeći:

- Bog je ono od čega se ne može zamisliti ništa veće.
- Zamislimo da Bog postoji samo u našem umu. Tada se može zamisliti nešto veće od onoga od čega se ne može zamisliti ništa veće.
- Ako se može zamisliti nešto veće od onoga od čega se ne može zamisliti ništa veće, tada je ono od čega se ništa veće ne može zamisliti ono od čega se nešto veće može zamisliti.
- Dakle, ono od čega se ne može zamisliti ništa veće jeste nešto od čega se nešto veće može zamisliti.
- To je protivurečnost. Dakle, pretpostavka da Bog ne postoji realno mora biti netačna, a Bog postoji.

Ova argumentacija nam danas izgleda čudno, srednjovekovno i sholastički i ne bi nikoga mogla da preobrati u veru. Polazeći od jezičke konstrukcije („ono od čega se ništa veće ne može zamisliti“), izvodi se zaključak

o postojanju bića koje pokazuje odgovarajuće osobine. Nešto veoma slično se, međutim, dogodilo matematici na početku 20. veka: prema Kantorovom naivnom učenju o skupovima, dozvoljeni „skup svih skupova“, koji ne dopušta ništa veće od sebe samog, predstavljao je sličnu konstrukciju, koja je matematiku bacila u protivurečnosti. Nju je 1903. pokazao Bertrand Rasel, i to je odvelo pravo u vrlo ozbiljnu krizu samih osnova ove na čistoj logici zasnovane nauke. Više o tome u osmom poglavlju!

Lajbnic je sanjao da razvije univerzalni opis sveta, *Characteristica universalis*, koji bi se sastojao od enciklopedije nesumnjivih istina, formalnog jezika za njihovo opisivanje i „skupa ključnih pravila pomoću kojih bi odatle mogle da se izvedu nove istine i da se reše svi sporovi“. Bio je uveren da zajedno sa grupom naučnika takav projekat može da postavi na noge u roku od pet godina. Ali umro je pre nego što je mogao da pristupi ovom projektu.*

Lajbnicova ideja nije bila osuđena na neuspeh samo zato što je zahtevala prevelik rad. Postoji i jedan dublji razlog: sve istine se ne mogu dokazati samo logikom. Ovo naročito važi za matematiku: 1931. Kurt Godel je pokazao da svaki dovoljno složen formalni sistem (šta to

* Ako nam Lajbnicov san danas izmamljuje osmeh, možda ga samo shvatamo suviše olako. I u najskorije vreme bilo je slično osmišljenih pokušaja: takav je, recimo, projekat „Cyc“ američkog informatičara Daga Lenata, koji je kompjuter trebalo da opremi kompletnim ljudskim svakodnevnim znanjem. I tu su elementi bili skup istina ljudskog zdravog razuma, formalni jezik za njihovo opisivanje i ključna pravila predikatske logike. Projekat je započet 1984, a Lenat je procenjivao da će za njegovo kompletno ostvarenje biti potrebno 350 godina ljudskog života. Projekat, međutim, do danas nije okončan, a doneo je samo nekoliko modula znanja za specijalne oblasti primene.

znači objasnićemo u desetom poglavlju) sadrži istinite iskaze koji se logičkim sredstvima ne mogu dokazati. To je bio već drugi suštinski udarac za matematiku u roku od trideset godina.

Logika je „sadržajno neutralna“, ništa ne dodaje iskazima na koje se primenjuje. Logika iz njih samo izvlači istine koje se tamo već nalaze. U krajnjoj liniji, ona proizvodi samo tautologije – rečenice koje su istinite nezavisno od svog sadržaja. Koliko to ipak može da bude mnogo pokazuje matematika: sva njena saznanja naposljetku su tautologije, odnosno zaključci izvučeni iz aksioma za koje se pretpostavlja da su istiniti. To nam pokazuje kakvo moćno oruđe može biti logika.

Pozivam vas na putovanje kroz svet logike – putovanje na kom nas čekaju zagonetke i mozgalice, dobri i loši argumenti, antinomije i paradoksi, a koje nam naposljetku pokazuje i granice ljudskog mišljenja.

Vic o logičarima koji smo ispričali na početku ima još jednu varijantu:

Četiri logičara dolaze u kafanu. „Hoćete li svi pivo?“, pita ih kelnerica.

„Ne znam“, kaže prvi logičar.

„Ne znam“, kaže drugi logičar.

„Ne znam“, kaže treći logičar.

„Ne“, kaže četvrti logičar.

„O, pa vi mora da ste logičari!“, nasmeja se na to kelnerica. „Odmah stižu tri piva!“

„Odlično“, odgovara na to četvrti logičar, „a meni, molim vas, čašu crnog vina!“